Fractales de mouvements

Stefan Neuwirth Pauline Poignand

Pour le premier auteur, intervenir à la journée Arts et Sciences du 1er avril 2022 à Rennes en qualité d'artiste et non seulement de mathématicien pour donner une performance scientifique dansée a été une première. Laurence Dahan-Gaida l'avait invité à cette journée et il a transformé sa proposition en la commande d'une œuvre d'incarnation des fractales par la danse.

Il a aussitôt proposé à la deuxième autrice de se joindre à lui. Leur collaboration remonte à l'improvisation théâtrale et dansée *Rapports et Proportions* présentée au Festival International des Langues et des cultures du monde (FIL) #4 à Besançon (`http://epiphymaths.univ-fcomte.fr/rapports_et_proportions`) le 19 mars 2021.

Voici notre dispositif : lire et étudier ensemble le livre *Les objets fractals* de Benoît Mandelbrot (1975) pour que la matière scientifique soit également partagée ; mener des recherches anatomiques dans le Netter et Colacino 1997 pour appliquer le concept de fractale à notre corps, en visant plus particulièrement le mouvement humain ; proposer des recherches en action sur la base de ces lectures et réflexions de sorte qu'elles se déploient dans la danse ; rendre compte de ces expériences vécues par l'écriture. Le présent article a été rédigé par le premier auteur et articule ses textes issus de ce dispositif. Enfin, la performance a incorporé la fracture de sa clavicule droite deux semaines auparavant.

Nous renvoyons à Viart et Corbel 2021 pour la notion de conférence performance ainsi que des cas d'étude.

* * *

L'invocation de la science en danse a un effet libérateur sur l'expression de notre expérience élémentaire du mouvement. L'étonnement scientifique a toute sa place dans la réflexion à cet égard : il jette un regard toujours neuf sur notre manière de bouger, tant pour constater tout ce que le corps sait d'ores et déjà faire, que tout ce qui continue à lui échapper, comme certaines coordinations.

Notre dispositif avait lui-même sa propre chorégraphie : étudier, discuter, circonscrire l'objet de la recherche, l'explorer en danse, partager nos observations. Le fait de travailler à deux oblige à extérioriser et ce faisant à objectiver des vécus intérieurs.

La performance que nous avons proposée s'inscrit dans la démarche de l'improvisation libre (Bailey 1982) : le dispositif nous nourrit, fournit la matière de notre travail, cadre notre recherche, mais ne concerne pas le moment de la performance et la forme du devenir qu'il captera. Ce moment actualise l'ensemble du chemin

parcouru, les connaissances acquises, les mises en rapport, la mémoire des corps, tout ceci avec la présence du public et la forme du temps comme catalyseurs.

* * *

La fractale induit chez l'observateur une forme de contemplation : l'attrait d'une apparence ornementale contraste avec la présence d'un contenu mathématique précis et concis. Sa représentation graphique est foisonnante et inachevée pour deux raisons opposées :

— pour l'intelligibilité : la représentation montre une étape de la construction de l'objet idéal, comme typiquement la courbe de von Koch (voir la figure 1) ;

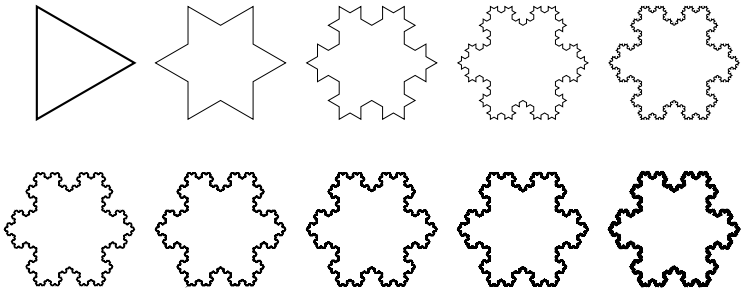

FIGURE 1 – Les dix premières étapes de la construction de la courbe de von Koch avec le paquetage TEX pst-fractal (Voß 2022).

— par limitation de la résolution : la représentation graphique est un tableau formé d'un certain nombre de lignes et de colonnes de points, un nombre fini (voir l'exemple extrême d'un tableau d'étoiles sur 31 lignes et 68 colonnes dans la figure 2), ce qu'on affronte par des zooms successifs qui font vivre le divers et le même des fractales (voir `http://fr.wikipedia.org/wiki/Ensemble_de_Mandelbrot`).

Pour la courbe de von Koch, l'idée de la construction est entièrement contenue dans le passage de la première à la deuxième étape. Sa nature fractale résulte de sa conception, mais n'est pleinement réalisée qu'en considérant la courbe limite obtenue en faisant tendre le nombre d'étapes vers l'infini. On n'observe pourtant plus de différence entre les étapes de construction de la figure 1 à partir d'un certain rang qui dépend de la technologie utilisée, à partir de la sixième pour la mienne.

La nature fractale de l'ensemble de Mandelbrot est d'abord empirique avant d'être conceptuelle : il n'est pas défini par un processus itératif de construction mais directement comme un ensemble limite. Ce sont les zooms successifs qui révèlent sa fractalité.

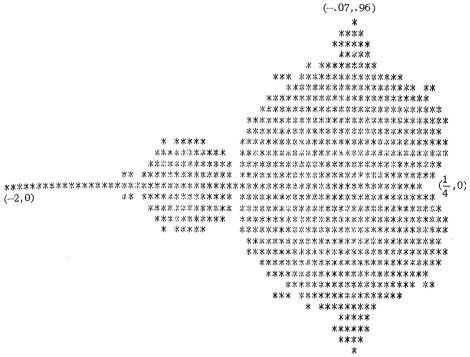

Fig. 2. The set of C's such that $f(z) = z^2 + C$ has a stable periodic orbit.

FIGURE 2 – La première représentation de l'ensemble de Mandelbrot (Brooks et Matelski 1981).

* * *

La performance cherche d'abord à installer cette contemplation, c'est-à-dire à interrompre le flux continu des excitations pour concentrer le vécu sur des phénomènes élémentaires.

Elle commence d'emblée par une actualisation du rapport entre performeur et performeuse. Pauline Poignand introduit un élément théâtral qui crée une discordance, un décalage. C'est déjà par cette rupture que le nouveau est invité à se manifester. Stefan Neuwirth laisse l'expérience corporelle se déployer et agir sur son entendement jusqu'au moment où elle engendre le germe d'un autre processus : une réflexion portée sur les fractales sur le mode d'une conférence scientifique. La parole et la danse interagissent. Lorsqu'il se tait, la danse revient au devant de la scène.

1 La réitération

Il y a dans la pratique de l'improvisation un désir de célébration du vivant qui parait antinomique avec la répétition, avec la boucle, avec la réitération. Chaque geste nous met dans un nouvel état : une nouvelle position dans la configuration de l'espace, un nouveau point de vue, un nouveau rapport à soi-même et aux autres ; quel sens la répétition peut-elle avoir face à cette nouveauté ?

Or la répétition a elle-même, en tant que telle, une signification profonde pour les humains : les enfants l'adorent et crient « encore ! » pour que nous leur réitérions une expérience. Il y a le plaisir à revisiter un chemin connu, à revivre des sensations connues, le désir de creuser les ornières, d'inscrire en nous des chemins auxquels

nous pouvons nous référer, qui du coup existent dans notre mémoire comme des objets sortis du flux permanent du changement. L'acteur qui apprend par cœur son texte fait de celui-ci, qui n'existe en principe que dans l'écoulement du temps, un objet statique, immobile, qu'il lui reste alors à incarner.

Apprendre des pas de danse, c'est apprendre une séquence qui se répète. La répétition a des vertus cognitives : on devient progressivement conscient de tous les détails qui font le mouvement, justement parce que chaque nouvelle itération est une variation légèrement différente et que ces différences permettent de trouver progressivement un chemin dans la variété des expériences.

La place que j'attribue à la répétition dans l'improvisation est celle-ci : explorer un geste ou une séquence de gestes en vivant avec une curiosité particulière ce que chaque itération apporte comme variation et en profiter ; éprouver la tension entre le persistant et le variable.

Il y a aussi un défi à relever : quel vécu partage-t-on de la réitération ? L'accent est-il à mettre sur les gestes répétés ? Mais alors, quel intérêt présentent-ils en tant que tels ? Que nous racontent-ils en tant que tels ? Que nous raconte leur répétition ? De quelle manière danser la mémoire ? Comment fonder la répétition sur un vécu corporel, qui lui sera partageable ?

Il y a une forme de réitération particulièrement gracieuse : c'est celle qui converge, qui reprend une intention selon des échelles de plus en plus réduites, qui attire l'attention sur des détails de plus en plus infimes. Le mouvement inverse, du détail vers l'ensemble, est aussi envisageable.

* * *

Pour composer une boucle, un point important est celui de la couture entre fin et début. Qu'est-ce qui fait qu'une fin est aussi un début ? Quelle énergie se déverse de la fin dans le début ? Comment le nourrit-elle ? Une option est de construire une suite de gestes dans lequel la couture est simplement une localisation : on débute en un lieu et finit en ce même lieu. L'accent est mis sur ce qui se passe entre ce début et cette fin, et puis la boucle recommence. Une autre option est de toujours maintenir une énergie en circulation qui fait que la fin n'est pas un repos mais encore un mouvement en cours qui appelle une suite, qui s'avère être le début. Cette circulation propose quelque chose d'immuable, de perpétuel, de céleste.

Un autre aspect est celui de faire confiance à l'expressivité du mouvement en tant que tel, dans sa pure abstraction, sans signification affichée et qui acquerra sa signification dans l'interaction, dans l'imagination, dans la connexion corps à corps, pour vivre l'impact d'un geste en soi, d'une respiration, d'un arrêt.

2 Le mouvement

Il y a dans la fractale un mouvement temporel : celui de l'itération, de la répétition, celui du changement d'échelle qui donne leur importance à des détails

de plus en plus infimes et révèle l'intacte complexité du tout : le tout se retrouve en entier, intact ou à peine distordu, anamorphosé, dans ses plus infimes parties.

Le rapport de la fractale au mouvement spatial est complexe. Autant le geste de l'itération et du zoom sont simples et correspondent, d'une part à une étape de construction d'un objet, et d'autre part à une étape de l'inspection de l'objet achevé, autant bouger dans l'objet achevé parait insensé parce que le moindre déplacement nécessite un temps infini : c'est une manière d'accuser la complexité de la dimension fractale que de constater que leur manière d'occuper l'espace est différente des lignes, surfaces, solides. Le voyage auquel elles invitent regorge d'aspérités, de heurts, et s'avère impossible avant même d'avoir commencé. C'est un lieu d'émerveillement et de monstruosité.

Tout cela a trait aux fractales mathématiques. Qu'en est-il des fractales de la nature ? Quels mouvements naturels, incarnés peuvent être qualifiés de fractals ? Les mathématiques approchent la nature en suppléant l'infini, des objets idéaux, là où le monde est fini et inachevé. En particulier, le monde ne connait que les itérations finies, que les changements d'échelle en nombre fini.

Mandelbrot lui-même repère dans son livre la fractalité des alvéoles pulmonaires. Cependant, le mot est devenu populaire en biomécanique pour désigner l'inscription de certains mouvements dans notre anatomie à une moindre échelle : les mouvements de rotation interne et externe de notre fémur sont inscrits dans la forme de l'articulation de la hanche ; les mouvements de la tête dans la forme des premières vertèbres cervicales ; etc.

Le mouvement du corps entier peut être délié en mouvement du corps central, mouvement des membres, mouvement de leurs extrémités, de sorte que le mouvement fleurit jusqu'au bout des doigts, jusque dans l'expression du visage. Se délier, c'est aussi déléguer les différents mouvements aux différentes parties du corps. C'est ainsi que le mouvement peut être vécu à des échelles bien distinctes : celle de notre inscription dans l'univers et dans l'espace, celle de notre sensation d'unité, celle de notre engagement, celle de notre coordination, celle des orbites de nos membres articulés, des orbites des têtes de nos membres dans leurs articulations, celle de nos tissus et de nos cellules.

Certains de nos mouvement sont fractals parce qu'ils prennent leur sens dans les répercussions pondérées qu'ils produisent dans notre corps, à l'instar d'une onde sonore qui interagit avec ses répercussions sur les murs, donnant lieu à une sensation de justesse et de facilité.

3 Fractales frémissantes

Notre organisme est d'abord perçu en bloc, comme un système. L'image de l'ordinateur, du calculateur, pourrait faire croire à la séquentialité de son fonctionnement, réalisant une opération après l'autre. C'est réduire l'organisme à sa

vie consciente et, pour celle-ci, à son action réfléchie, faite de volonté et de passage à l'acte. C'est aussi concevoir le système comme une hiérarchie d'organes dont certains seraient subalternes et d'autres supérieurs.

Voici plusieurs indices qui contredisent cela : l'inconscient, la vie des rêves, le rapport complexe du moi à son être physique, la mémoire, l'intuition, le pressentiment, tout ce qui est approximatif et de l'ordre de la tentative ; le système nerveux, en particulier dans sa faculté à produire une sensation d'unité ; notre métabolisme ; la vie de nos tissus, en particulier celle de nos fascias (voir Myers 2018).

Notre vie est déjà une symphonie de frémissements : frémissement de la peau, frémissement de joie, anticipation, désir, émotion, la naissance du mouvement, le germe d'une idée. La notion de « *reach* » y renvoie aussi dans la pratique du contact improvisation (voir Damian 2014).

La fractale partage avec le frémissement que son être même est le détail, une forme de neige, de poudre magique, d'étincelles qui se révèlent au grossissement, dans une finesse qu'un résumé écraserait. La fractale vit dans notre imagination au gré du voyage d'un zoom toujours plus profond.

4 Les fractales et la vie

Les fractales sont une simulation de la vie : pensons ici aux fractales définies en tant qu'objets déterministes, précisés par une loi. Dans ce sens ils ne sont pas en vie, mais « sur des rails ». Cependant ils foisonnent au sens des surprises qu'ils réservent, du monde infini auquel ils ouvrent. Cette foison est conditionnée par la technologie qui sert de microscope : microscope des calculs que l'humain n'aurait pas idée de faire à la main et qu'il délègue à l'ordinateur, microscope de la technologie visuelle (écrans, imprimantes) qui permettent de représenter le résultat de ces calculs. L'exploration est tout autant le fait de l'explorateur muni de son attirail technologique que le fait de la chose explorée, du continent exploré.

Prendre un objet achevé, la fractale, comme étoile polaire, comme guide pour connaitre la vie nous met dans la posture du platonisme mathématique.

Or le mouvement d'exploration proposé est celui du microscopique : une descente toujours plus loin dans le détail, là où la vie est une organisation complexe du tout et des parties dans laquelle le tout répond aux parties les plus infimes et *vice versa* : il y a ici à interroger la notion d'organisme pour repérer ce qui est d'emblée différent entre la fractale et le vivant. L'amibe, la cellule sont des organismes pour lesquels il y a une clarté sans faille de la frontière entre ce qui en fait partie et ce qui n'en fait pas partie, entre l'intérieur et l'extérieur, de la manière dont il interagit avec son environnement. La fractale au contraire dépend de tout le contexte de la simulation, de la théorie mathématique, des opérations, des nombres, de l'idée même d'itération.

5 Fracture

J'aime imaginer que les deux faces de la fracture de ma clavicule, matière inerte lorsque l'os était encore entier, se sont mises à développer une vie intense depuis que l'os s'est brisé : un libre devenir, une projection vers l'avant, un prolongement au-devant vers l'inconnu, et que cela procède fractalement par l'itération d'un geste, par la répétition d'une intention, produisant des cellules qui s'organisent en formant des structures étranges, éphémères pour devenir pérennes. Cela peut se modéliser par une loi de formation (on pense au livre de D'Arcy Thompson (1942) et à la morphogenèse de René Thom (1977)) ; ou encore par le hasard qui, tout en agissant de manière imprévisible cellule par cellule, fait apparaitre un ordre par la magie de la loi des grands nombres ; cela peut s'entendre comme le désir de chaque cellule de prendre sa place dans la dynamique de l'homéostasie, ensemble avec toutes les autres cellules.

* * *

Les fractales se pensent comme un objet achevé, mais l'invitation à les découvrir doit se contenter des étapes finies d'un processus de construction qui se poursuit toujours plus loin. Elles recèlent ainsi une des tensions qui habitent les objets mathématiques : elles sont des objets de notre pensée qui incluent l'itération infinie qui les définit, mais de ce fait ce ne sont pas des objets de ce monde parce qu'il faudrait un temps infini, une énergie infinie pour déployer leur virtualité. C'est néanmoins par la confrontation avec ce monde, dans ses approximations finies, que l'objet nous interpelle et manifeste son être.

6 Danser les mathématiques

La danse, en renvoyant directement à la pratique du corps, au spectacle, et non aux savoirs livresques, nous appelle à renvoyer les mathématiques aussi à leur pratique et à leurs présentations publiques plutôt qu'à leurs traces écrites.

La danse nous amène à réfléchir à la nature des mathématiques :

— il y a des faits mathématiques qui constituent en eux-mêmes un vécu ;

— d'autres promettent la possibilité d'un vécu.

Ces promesses peuvent elles-mêmes soit être vécues pleinement ou contenir une réserve qui ne sera levée que plus tard, si jamais. Le plaisir et la puissance des mathématiques sont en rapport avec la plénitude de ses vécus et avec la matérialité de ses opérations de pensée.

La danse révèle aussi la nature potentielle des mathématiques : en élaborant certains gestes, un certain vocabulaire, elle renferme la possibilité de combinaisons infinies et expose les principes auxquels elle donne lieu dans chaque manifestation particulière. La clarté avec laquelle les principes, le vocabulaire, les gestes

apparaissent à l'œuvre lui donne la puissance et l'ampleur de cette potentialité et exemplarité.

* * *

Nous remercions Nicole Rivier pour nous avoir accueilli en résidence dans son lieu à Foucherans.

Références

Derek Bailey. *Musical improvisation : its nature and practice in music*. Englewood Cliffs : Prentice-Hall, 1982. Traduction par Isabelle Leymarie : *L'improvisation : sa nature et sa pratique dans la musique*. Contrepoints. Paris : Outre mesure, 1999.

Robert Brooks et J. Peter Matelski. The dynamics of 2-generator subgroups of $\mathrm{PSL}(2,\mathbb{C})$. Dans Irwin Kra et Bernard Maskit (rédacteurs). *Riemann surfaces and related topics : proceedings of the 1978 Stony Brook conference*, Annals of Mathematics Studies, 97, pages 65-71. Princeton : Princeton University Press, 1981.

Jérémy Damian. *Intériorités/sensations/consciences : sociologie des expérimentations somatiques du contact improvisation et du body-mind centering*. Thèse de doctorat, université de Grenoble, 2014. `http://hal.science/tel-01330749`.

Benoît Mandelbrot. *Les objets fractals : forme, hasard et dimension*. Nouvelle bibliothèque scientifique. Paris : Flammarion, 1975.

Thomas Myers. *Anatomy trains : les méridiens myofasciaux en thérapie manuelle*. Issy-les-Moulineaux : Elsevier Masson, 2018. Traduction par Philippe Gadet d'*Anatomy trains : myofascial meridians for manual and movement therapists*, Édimbourg : Elsevier, 3e édition, 2016.

Frank Henry Netter et Sharon Colacino. *Atlas d'anatomie humaine*. Éditions Maloine, 1997. Traduction par Pierre Kamina d'*Atlas of human anatomy*, Bâle : Ciba-Geigy, 1989.

René Thom. *Stabilité structurelle et morphogénèse : essai d'une théorie générale des modèles*. Paris : Interéditions, 2e édition, 1977.

D'Arcy Wentworth Thompson. *On growth and form*. Cambridge : Cambridge University Press, 1942. Nouvelle édition. Traduction par Dominique Teyssié de l'édition abrégée par John Tyler Bonner : *Forme et croissance*, Paris : Éditions du Seuil, 1994.

Christophe Viart et Laurence Corbel. *Paperboard : conférence performance : artistes et cas d'étude*. Paris : T&P publishing, 2021.

Herbert Voß. pst-fractal : plotting fractals. `http://ctan.org/pkg/pst-fractal`, 2022. Version 0.12.